

**Государственная итоговая аттестация по образовательным  
программам среднего общего образования в форме  
единого государственного экзамена (ЕГЭ)**

**Демонстрационный вариант  
контрольных измерительных материалов  
единого государственного экзамена 2027 года  
по МАТЕМАТИКЕ**

**Профильный уровень**

подготовлен федеральным государственным бюджетным  
научным учреждением  
«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**

**Пояснения к демонстрационному варианту  
контрольных измерительных материалов единого государственного  
экзамена 2027 года по МАТЕМАТИКЕ**

**Профильный уровень**

При ознакомлении с демонстрационным вариантом контрольных измерительных материалов (КИМ) единого государственного экзамена (ЕГЭ) 2027 г. следует иметь в виду, что задания, включённые в него, не отражают всех элементов содержания, которые будут проверяться с помощью вариантов КИМ в 2027 г. Полный перечень элементов содержания, которые могут контролироваться на едином государственном экзамене 2027 г., приведён в кодификаторе проверяемых требований к результатам освоения основной образовательной программы среднего общего образования и элементов содержания для проведения единого государственного экзамена по математике.



**В демонстрационном варианте представлены конкретные примеры заданий, не исчерпывающие всего многообразия возможных формулировок заданий на каждой позиции варианта экзаменационной работы.**

Назначение демонстрационного варианта заключается в том, чтобы дать возможность любому участнику ЕГЭ и широкой общественности составить представление о структуре будущих КИМ, количестве заданий, об их форме и уровне сложности.

Приведённые критерии оценки выполнения заданий с развёрнутым ответом, включённые в этот вариант, дают представление о требованиях к полноте и правильности записи развёрнутого ответа.

**В демонстрационном варианте представлено по несколько примеров заданий на некоторых позициях экзаменационной работы. В реальных вариантах экзаменационной работы на каждой позиции будет предложено только одно задание.**

Эти сведения позволят выпускникам выработать стратегию подготовки к ЕГЭ в 2027 г.

**Демонстрационный вариант  
контрольных измерительных материалов  
единого государственного экзамена 2027 года  
по МАТЕМАТИКЕ**

**Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 20 заданий. Часть 1 содержит 13 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–13 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

-0,8

Бланк

При выполнении заданий 14–20 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

При выполнении работы разрешается использовать линейку.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

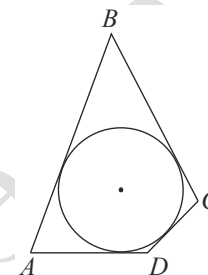
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

*Ответом к заданиям 1–13 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

1

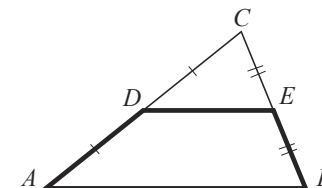
В четырёхугольнике  $ABCD$ , периметр которого равен 22, вписана окружность,  $AB = 8$ . Найдите длину стороны  $CD$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

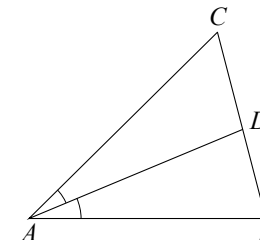
Площадь треугольника  $ABC$  равна 60,  $DE$  — средняя линия, параллельная стороне  $AB$ . Найдите площадь трапеции  $ABED$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

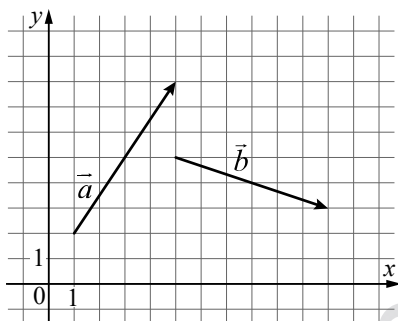
**ИЛИ**

В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $54^\circ$ ,  $AD$  — биссектриса, угол  $BAD$  равен  $23^\circ$ . Найдите величину угла  $ADB$ . Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 На координатной плоскости изображены векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

Даны векторы  $\vec{a}(2; 2)$  и  $\vec{b}(2; -2)$ . Найдите длину вектора  $7\vec{a} + \vec{b}$ .

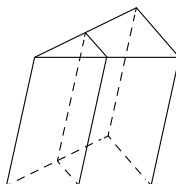
Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

Даны векторы  $\vec{a}(5; 3)$  и  $\vec{b}(4; -6)$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

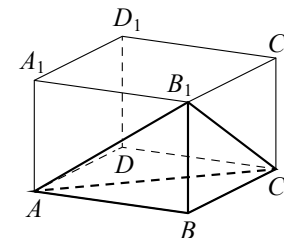
- 3 Через среднюю линию основания треугольной призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы равна 18. Найдите площадь боковой поверхности исходной призмы.



Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

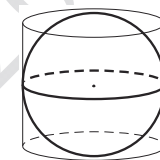
В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $AB = 9$ ,  $BC = 6$ ,  $AA_1 = 5$ . Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, C, B_1$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

Цилиндр, объём которого равен 18, описан около шара. Найдите объём шара.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4

В сборнике билетов по химии всего 80 билетов, в 56 из них встречается вопрос по теме «Углеводороды». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику **не достанется** вопрос по теме «Углеводороды».

Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,94. Вероятность того, что окажется меньше 15 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 15 до 19 включительно.

Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

В соревнованиях по толканию ядра участвуют спортсмены из четырёх стран: 14 из Аргентины, 10 из Бразилии, 15 из Парагвая и 11 из Уругвая. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из Бразилии.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в две первые мишени и не попадёт в две последние.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,2. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля качества. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,95. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,05. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что её масса окажется меньше 810 г, равна 0,96. Вероятность того, что масса буханки окажется больше 790 г, равна 0,82. Найдите вероятность того, что масса буханки окажется больше 790 г, но меньше 810 г.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Организаторы лотереи выпустили 10 000 билетов. Выигрыши распределены следующим образом.

|                          |     |      |      |        |        |
|--------------------------|-----|------|------|--------|--------|
| Выигрыш (в рублях)       | 100 | 1000 | 5000 | 10 000 | 50 000 |
| Число выигрышных билетов | 500 | 100  | 50   | 10     | 1      |

Найдите математическое ожидание величины «выигрыш на один билет». Ответ дайте в рублях.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите корень уравнения  $4^{x-4} = 64$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Найдите корень уравнения  $\sqrt{99 - 7x} = 6$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Найдите корень уравнения  $\log_8(5x + 47) = 3$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 Найдите значение выражения  $\frac{3\sin 164^\circ}{\sin 82^\circ \cdot \sin 8^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Найдите значение выражения  $\log_{0,6} 50 - \log_{0,6} 18$ .

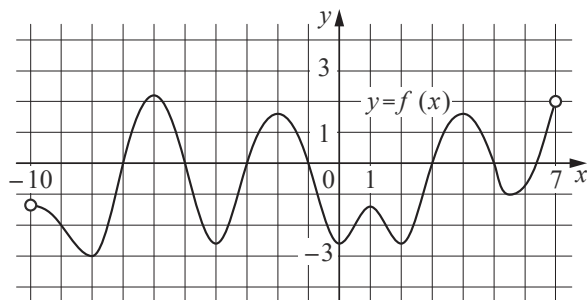
Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

Найдите значение выражения  $25^{2\sqrt{8}+3} \cdot 5^{-3-4\sqrt{8}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

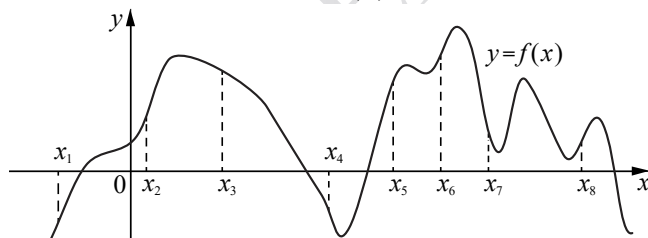
- 9 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-10; 7)$ . Найдите количество точек минимума функции  $f(x)$ , принадлежащих отрезку  $[-2; 6]$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

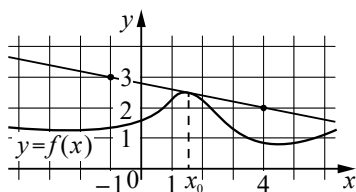
На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . На оси абсцисс отмечено восемь точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$ . Найдите количество отмеченных точек, в которых производная функции  $f(x)$  отрицательна.



Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Автомобиль, движущийся со скоростью  $v_0 = 15$  м/с, начал торможение с постоянным ускорением  $a = 2$  м/с<sup>2</sup>. За  $t$  секунд после начала торможения он прошёл путь  $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$  (м). Определите время, прошедшее с момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 36 метров. Ответ дайте в секундах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

В телевизоре ёмкость высоковольтного конденсатора  $C = 8 \cdot 10^{-6}$  Ф. Параллельно с конденсатором подключён резистор с сопротивлением  $R = 5 \cdot 10^6$  Ом. Во время работы телевизора напряжение на конденсаторе  $U_0 = 56$  кВ. После выключения телевизора напряжение на конденсаторе убывает до значения  $U$  (в киловольтах) за время (в секундах), определяемое выражением  $t = \alpha RC \log_2 \frac{U_0}{U}$ , где  $\alpha = 1,5$  — постоянная. Определите напряжение на конденсаторе, если после выключения телевизора прошло 180 секунд. Ответ дайте в киловольтах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением  $a$  (в км/ч<sup>2</sup>). Скорость  $v$  (в км/ч) вычисляется по формуле  $v = \sqrt{2la}$ , где  $l$  — пройденный автомобилем путь (в км). Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 0,3 км, развить скорость 120 км/ч. Ответ дайте в км/ч<sup>2</sup>.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Два велосипедиста одновременно отправились в 90-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 5 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 3 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

Смешав 45%-й и 97%-й растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 62%-й раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50%-го раствора той же кислоты, то получили бы 72%-й раствор кислоты. Сколько килограммов 45%-го раствора использовали для получения смеси?

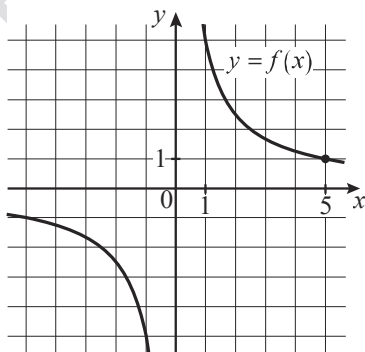
Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

Заказ на изготовление 112 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает второй рабочий, если известно, что первый за час изготавливает на 2 детали больше?

Ответ: \_\_\_\_\_.

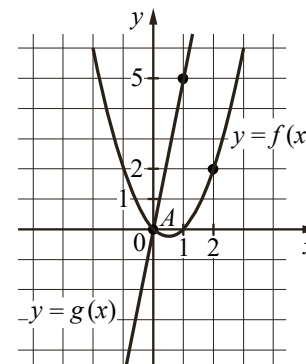
- 12 На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = \frac{k}{x}$ . Найдите значение  $f(10)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

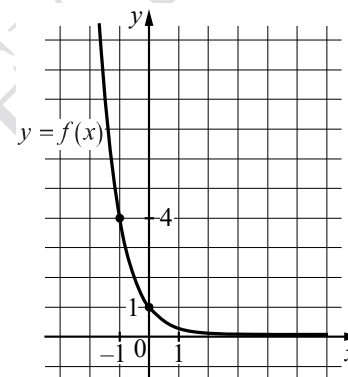
На рисунке изображены графики функций  $f(x) = ax^2 + bx + c$  и  $g(x) = kx$ , пересекающиеся в точках  $A$  и  $B$ . Найдите абсциссу точки  $B$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = a^x$ . Найдите значение  $f(-3)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

**13** В июле 2030 года планируется взять кредит 182 000 рублей в банке на три года. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей составит общая сумма платежей после полного погашения кредита, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами?

Ответ: \_\_\_\_\_.



**Не забудьте перенести все ответы в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

## Часть 2

**Для записи решений и ответов на задания 14–20 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (14, 15 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

**14** а) Решите уравнение  $\cos 2x + \sqrt{2} \cos(x + \pi) + 1 = 0$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-4\pi; -\frac{5\pi}{2}\right]$ .

**ИЛИ**

а) Решите уравнение  $4\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 2\sqrt{2}\cos(\pi - x) = 2$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{17\pi}{2}; 10\pi\right]$ .

**15** В правильной шестиугольной пирамиде  $SABCDEF$  точки  $M$  и  $K$  — середины боковых рёбер  $SA$  и  $SD$  соответственно.

- а) Докажите, что прямые  $BC$  и  $MK$  параллельны.
- б) Найдите объём пирамиды  $MABF$ , если  $AB = 12$ , а угол между плоскостью  $BMC$  и плоскостью основания пирамиды  $SABCDEF$  равен  $30^\circ$ .

**ИЛИ**

В правильном тетраэдре  $ABCD$  все рёбра равны 6. На рёбрах  $AB$  и  $AD$  отмечены точки  $M$  и  $K$  соответственно так, что  $AM = AK = 4$ .

- а) Докажите, что плоскость  $CMK$  делит тетраэдр  $ABCD$  на два многогранника, объёмы которых относятся как 5:4.
- б) Найдите косинус угла между прямой  $AC$  и плоскостью  $CMK$ .

**16** Решите неравенство  $2^{\log_2(\log_2 x)} + \log_4^2 x - 3 \leq 0$ .

**ИЛИ**

Решите неравенство  $\frac{2 \cdot 8^{x-1}}{2 \cdot 8^{x-1} - 1} \geq \frac{3}{8^x - 1} + \frac{8}{64^x - 5 \cdot 8^x + 4}$ .

- 17 На заводе имеется генератор с ЭДС  $\varepsilon = 50$  В и внутренним сопротивлением  $r = 1$  Ом. Инженер подключает к генератору нагрузку, используя реостат, чтобы установить сопротивление нагрузки  $R$  (в омах). Сила тока в цепи (в амперах) определяется законом Ома:  $I = \frac{\varepsilon}{r + R}$ . Тепловая мощность (в ваттах), выделяемая в нагрузке, может быть рассчитана по формуле Джоуля — Ленца:  $P = I^2 R$ . Какова максимальная тепловая мощность  $P$ , которая может быть выделена нагрузкой?

ИЛИ

Амплитуда вынужденных колебаний корабля при качке на волнении выражается формулой  $A = k\theta_0 \cdot \frac{\tau^2}{\sqrt{(T^2 - \tau^2)^2 + n\tau^2 T^2}}$ , где  $k = 0,91$  —

коэффициент, зависящий от отношения ширины корабля к длине волны,  $\theta_0 = 9^\circ$  — угол наибольшего волнового склона,  $\tau$  — период волны (в секундах),  $T = 14,7$  с — период свободных качаний корабля на тихой воде,  $n = 0,0792$  — коэффициент, зависящий от величины сопротивления воды. При каком периоде волны амплитуда вынужденных колебаний корабля будет наибольшей? Ответ дайте в секундах.

- 18 Окружность с центром  $O$  касается боковых сторон  $AB$  и  $BC$  равнобедренного остроугольного треугольника  $ABC$  и его высоты  $CH$ .  
а) Докажите, что  $\angle OAC = 45^\circ$ .  
б) Найдите длину отрезка  $BC$ , если  $BO = 1$  и  $AC = 6$ .

ИЛИ

Окружность с центром в точке  $O$  касается сторон угла с вершиной  $N$  в точках  $A$  и  $B$ . Отрезок  $BC$  — диаметр этой окружности.

- а) Докажите, что прямая  $AC$  параллельна биссектрисе угла  $ANB$ .  
б) Найдите длину отрезка  $NO$ , если известно, что  $AC = 10$  и  $AB = 24$ .

- 19 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} 4x - y + a = 0, \\ 2|y| - x^2 + 4x = 0 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

ИЛИ

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$ax^4 - 2x^3 + (a^3 - a)x^2 - (2a^2 - 2)x = -ax^3 + 2x^2 - (a^3 - a)x + 2a^2 - 2$$

имеет ровно два различных корня.

- 20 На столе лежит некоторое количество карточек, часть из которых синего цвета, а остальные красного (есть хотя бы по одной карточке каждого цвета). На каждой карточке написано целое число. На карточках синего цвета написаны различные числа, делящиеся на 5, а на карточках красного цвета написаны различные чётные числа (при этом некоторые числа могут быть написаны дважды: один раз на синей карточке и один раз на красной карточке). Все числа на карточках больше  $-120$ .  
Оказалось, что наибольшее число, написанное на красной карточке, равно удвоенному количеству синих карточек, а наибольшее число, написанное на синей карточке, равно количеству красных карточек.  
а) Может ли на столе лежать ровно шесть карточек?  
б) Может ли число красных карточек на столе быть на 90 больше числа синих карточек на столе?  
в) Какое наибольшее количество карточек может лежать на столе?

ИЛИ

Есть 16 монет по 2 рубля и 29 монет по 5 рублей.

- а) Можно ли этими монетами набрать сумму 175 рублей?  
б) Можно ли этими монетами набрать сумму 176 рублей?  
в) Какое наименьшее количество монет, каждая по 1 рублю, нужно добавить, чтобы иметь возможность набрать любую целую сумму от 1 рубля до 180 рублей включительно?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.